

Si può vivere senza pregiudizi?

Lezione sui problemi inversi

Roma, Liceo Scientifico “Nomentano”, 2019

Emanuele Salerno

Consiglio Nazionale delle Ricerche
Istituto di Scienza e Tecnologie dell'Informazione
Via G. Moruzzi, 1, 56124 Pisa
emanuele.salerno@cnr.it

Sommario Certi problemi matematici mostrano relazioni con la morale e la vita sociale che sono più che semplici metafore. Anche se non ce ne accorgiamo, le nostre azioni di ogni giorno presuppongono la soluzione di molti di questi problemi. Le difficoltà che presentano, nei casi in cui è in gioco la nostra sopravvivenza, ci obbligano a utilizzare informazione che non viene direttamente dai nostri sensi. Il pregiudizio, in altre parole, ha un valore evolutivo. Di esso non si può fare a meno, ma può essere buono o cattivo. Sulla sua bontà si può ragionare dal risultato di un'azione, da una teoria, o da altri pregiudizi giudicati buoni. Quando per un certo tempo un pregiudizio è considerato buono, si trasforma in un 'valore'. Anche sui valori, dunque, si deve continuare a ragionare.

1 Cosa vengo a raccontare

Per dire cosa vengo a raccontare, e perché, mi devo prima presentare. Ho studiato da ingegnere elettronico, e attualmente faccio il ricercatore in un istituto di informatica del CNR. Per tutta la mia vita ho avuto a che fare con problemi che vengono detti 'inversi'. In generale, si tratta dei problemi in cui data un'osservazione si vuole risalire a cosa ha prodotto la grandezza osservata. Per esempio si potrebbe trattare di risalire alla forma di un oggetto a partire dall'ombra che proietta su uno schermo. E non si tratta di un esempio banale o di scarso interesse. Il primo problema inverso che mi sono trovato ad affrontare è stato al mio esame di Chimica, nel 1978. Ma io sono nato qualche anno prima. Allora non è vero che mi sono occupato di problemi inversi per tutta la mia vita? La verità è che quello non era il mio primo problema inverso: tutti noi, senza rendercene conto, risolviamo problemi inversi dal momento della nostra nascita! Chissà, forse anche dal momento del nostro concepimento.

È la scienza che studia i problemi inversi, ma fa anche dell'altro. La Fisica, per esempio, costruisce modelli che descrivono la Natura, cioè formula leggi che consentono di prevedere lo stato futuro di un sistema fisico da dati sul suo stato presente, vale a dire, predice gli effetti di una data causa. Ma come si fa a sapere se le previsioni fatte sono corrette? Ecco la seconda (o la prima, dipende

dai gusti) attività fondamentale della scienza: osservare, misurare, interpretare i dati, le osservazioni. L'interpretazione del dato è sempre un problema difficile, per diverse ragioni: intanto, tra la quantità osservata e il dato c'è sempre uno strumento di misura, che può essere un attrezzo costruito da noi o anche uno o più dei nostri organi di senso; il dato, poi, è spesso solo una misura indiretta della grandezza che interessa. Per fare un esempio, la velocità del suono nell'aria è legata strettamente alla temperatura, quindi si può pensare di misurare una temperatura misurando il tempo che un segnale acustico impiega per percorrere una distanza nota. Normalmente, la legge che lega la grandezza misurata a quella cui si vuole risalire non è nota esattamente. Questa è una delle difficoltà specificamente legate ai problemi inversi, ma fermiamoci per ora al solo primo aspetto richiamato. Il dato proveniente dallo strumento di misura è *sempre* affetto da errore, perché lo strumento misura anche tutti i disturbi presenti nell'ambiente, e perché lo strumento stesso, sia esso una sofisticatissima apparecchiatura o un polpastrello delle nostre dita (che è comunque una sofisticatissima apparecchiatura), introduce degli errori. Allora, la differenza principale tra problemi inversi e problemi diretti sta proprio nel diverso effetto che su di essi producono gli errori. Entro certi limiti, la conoscenza di certe condizioni iniziali a meno di un piccolo errore porta a previsioni affette da un errore altrettanto piccolo. Al contrario, introdurre differenze anche piccolissime ai dati di un problema inverso può portare a soluzioni completamente diverse. Eppure, i nostri sensi risolvono continuamente dei problemi inversi partendo da dati non accurati. Indipendentemente dalla nostra capacità di comprendere come fanno, se è vero che esiste una parentela stretta tra la nostra percezione e uno degli scopi della scienza, possiamo sperare che, come i nostri sensi riescono a darci informazione sul mondo che ci circonda, anche la scienza possa riuscire a fare qualcosa di simile dallo studio di fenomeni che i nostri sensi non sono sempre in grado di osservare.

Ma cosa c'entrano i pregiudizi con i problemi inversi? C'entrano, eccome! Come vedremo, un problema inverso ammette spesso infinite soluzioni. Eppure, siamo abituati a pensare che un fenomeno abbia una causa ben precisa, quindi, tra tutte le soluzioni, una sola sarà quella buona. Si ha dunque bisogno di un criterio per individuarla tra tutte. Questo criterio non può venire dai dati perché, per quei dati, tutte le soluzioni sono ugualmente buone. Nel senso precisato nel seguito, diciamo che tale criterio è guidato dal *pregiudizio*. Notiamo anche che, se i problemi inversi hanno a che fare con la nostra percezione, e da essa deriva la nostra maniera di stare al mondo, i problemi inversi hanno anche a che fare con la morale. Detto in altra maniera, la morale ha molto a che fare con il pregiudizio. Gestire il pregiudizio equivale a migliorare la morale.

2 Percezione, ragionamento, azione

Non vorrei apparire un cinico materialista, né dare l'impressione di sminuire la nobile natura dell'essere umano riducendolo a un misero automa, ma, fatto salvo quanto di più nobile costituisce la nostra natura, concentriamoci un attimo sulla nostra esistenza in rapporto al mondo che ci circonda. Cosa caratterizza

questo rapporto? Il fatto che noi percepiamo questo mondo e che siamo in grado di agire su di esso, modificandolo. In altre parole, noi veniamo modificati dall'ambiente e, che lo vogliamo o no, lo modifichiamo. Si suppone che le modifiche che introduciamo volontariamente rispondano a un qualche fine, e che si concretizzino sulla base, sì, della percezione, ma anche di una strategia che pensiamo possa condurre al raggiungimento del fine. Le due cose devono essere legate in qualche modo. Chiamiamo *ragionamento* questo legame, senza addentrarci in una definizione formale. Allora, io ho un fine (pensiamo a un fine essenziale: per esempio, la sopravvivenza); per raggiungerlo, devo modificare lo stato del mondo che percepisco in un modo che mi possa aiutare a sopravvivere. Per regolare la mia azione, devo applicare il ragionamento. Di nuovo, la percezione mi aiuterà a capire se il mondo si modifica nel senso voluto e, se necessario, a correggere la mia azione affinché ciò avvenga.¹ Ci possiamo permettere di ragionare tutte le volte che ci si richiede un'azione? Molto banalmente, supponiamo di avvertire una puntura a un braccio e che nessun altro dei nostri sensi ci mandi informazioni. Metterci a ragionare prima di ritrarre il braccio potrebbe essere pericoloso. E infatti il nostro organismo contiene dei meccanismi (si chiamano 'riflessi') che ci fanno ritrarre il braccio senza che il nostro cervello debba ragionarci sopra.

Finalmente, cosa si intende per 'pregiudizio'? Su un dizionario, si potrebbe trovare una definizione tipo *Un'opinione preconcepita non basata sulla ragione o su effettiva esperienza*. Per semplificare, abbiamo chiamato *ragionamento*, senza altre specificazioni, il tramite tra percezione e azione. Il ragionamento che ha operato nell'esempio della puntura al braccio, però, non è ragionamento nel senso comune, ma un meccanismo automatico basato, appunto, su un pregiudizio. Un pregiudizio un po' particolare, direttamente impiantato nel nostro organismo. Io lo chiamo un *pregiudizio di livello zero*, e penso che non possa essere eliminato, a meno di malattie o di interventi che ci privino di qualche facoltà essenziale. Di pregiudizi, però, ne esistono a tutti i livelli. Facciamo un passo avanti, e pensiamo a un nostro lontano progenitore che incontra un serpente. Sarà un pericolo mortale? Piuttosto che fermarsi a ragionare, scappa subito o se ne tiene ben lontano. Qui siamo a un livello più alto di pregiudizio: il cervello ha lavorato e, anche se sarà difficile evitare una prima reazione di allarme alla vista di un serpente, l'esperienza può far sì che il comportamento della persona sia diverso in diverse occasioni. Pregiudizi di livello ancora più alto sono quelli che definirei 'sociali', o 'culturali', e che riguardano la nostra sopravvivenza non come persone, ma come gruppi, o come membri di gruppi. Qui il potenziale del ragionamento sarebbe ben maggiore che negli altri casi, e potrebbe portare ben più facilmente alla rimozione del pregiudizio, anche se non sempre accade. Non si sfugge però alla regola che cercherò di suggerirvi oggi. La anticipo: la rimozione di un pregiudizio equivale sempre alla sua sostituzione con un altro pregiudizio.

Da quanto detto, è già chiaro che la mancanza di qualche pregiudizio potrebbe compromettere la sopravvivenza della specie. Se tutti i nostri progenitori

¹ Volendo, potremmo cercare di recuperare la nobiltà della nostra essenza considerando proprio i fini che ispirano la nostra azione, ma permettetemi di tralasciare l'argomento in quanto non utile ai nostri fini immediati.

avessero tranquillamente passeggiato in mezzo alle belve feroci, probabilmente nessuno di noi sarebbe qui a raccontarlo. L'esistenza di pregiudizi, soprattutto quelli di livello zero, o *cablati*, ha un valore evolutivo. Per Charles Darwin (1809-1882) sarebbe uno degli elementi che rendono un organismo 'più adatto' alla sopravvivenza in un dato ambiente. Dunque, da dove ci vengono i pregiudizi, se non dalla ragione o dall'esperienza? Per i pregiudizi vicini al livello zero, ci aiuta Darwin (e i suoi discendenti scientifici): è l'evoluzione biologica, la selezione naturale. Un organismo privo di pregiudizi essenziali non è in grado di sopravvivere nell'ambiente in cui si trova, e quindi non riesce a riprodursi. Per i pregiudizi di livello più alto, ci aiuta un altro scienziato, Jean-Baptiste Lamarck (1744-1829), che, prima di Darwin, ipotizzava che l'evoluzione di una specie avviene per 'adattamento', ovvero mutamento dei caratteri fisici in risposta al mutamento dell'ambiente, ed 'ereditarietà dei caratteri acquisiti', ovvero trasmissione alla discendenza dei mutamenti indotti dall'ambiente. Pare che l'ereditarietà dei caratteri acquisiti non agisca nell'evoluzione biologica, ma l'evoluzione culturale, pare, segue esattamente i due principi lamarckiani. Un forte tratto culturale acquisito si può trasmettere alla discendenza nello spazio di una sola generazione. I pregiudizi di alto livello ci vengono dalla cultura, e come tali (fortunatamente) sono molto più mutevoli di quelli che ci portiamo dietro scritti nei nostri geni.

3 Problemi inversi e percezione

Torniamo alla percezione. Farò quasi sempre riferimento alla percezione umana per mantenermi su cose apparentemente familiari, anche se, a vederle bene, enormemente più complicate di qualunque strumento o procedimento di calcolo che possiamo concepire. La percezione consiste nel risalire, in qualche modo, da un'alterazione dello stato dei nostri organi di senso alla causa che provoca tale alterazione. Si tratta dunque di risalire dagli effetti alla causa, e quindi di un tipico esempio di problema inverso.² Il concetto di problema inverso è strettamente legato a quello di problema mal posto. È stato un grande matematico del secolo passato, Jacques Hadamard (1865-1963), che nel 1923 ha dato la definizione di problema *ben posto* e ha riconosciuto che non tutti i problemi della matematica lo sono. In particolare, i problemi legati alla costruzione del modello di un fenomeno (quella che ho chiamato la 'prima' attività fondamentale della scienza) sono quasi sempre ben posti, mentre i problemi legati alla percezione, i problemi inversi (la 'seconda' attività), sono sempre mal posti. Cosa caratterizza, secondo Hadamard, un problema ben posto? Facile:

1. Deve avere *una* soluzione;
2. Deve avere *una sola* soluzione;

² La percezione è un processo estremamente complesso, ed è stato affrontato da psicologi, neuroscienziati e matematici da punti di vista e con scopi estremamente diversi. Dire che si tratta 'solo' di risalire al valore di una grandezza fisica è molto riduttivo, ma può essere sufficiente a mostrare come l'informazione cui si risale non può derivare dai soli dati osservati.

3. Deve avere una soluzione *stabile*, cioè piccole variazioni dei dati devono produrre piccole variazioni nella soluzione.

Quando anche una sola di queste condizioni non è verificata, il problema si dice *mal posto*. Per decenni i matematici si sono interessati poco ai problemi mal posti, ma è evidente che, se tutti i problemi di interpretazione delle osservazioni sono problemi inversi, e tutti i problemi inversi sono mal posti, lo studio dei problemi mal posti è estremamente importante per la fisica, e anche per molte altre scienze. Ecco dunque che la nascita di una *teoria* dei problemi inversi è essenziale. Per come è stata formulata fino a oggi, questa teoria è strettamente legata alla teoria della probabilità, nel modo qui introdotto brevemente, e sommariamente, in Appendice A.

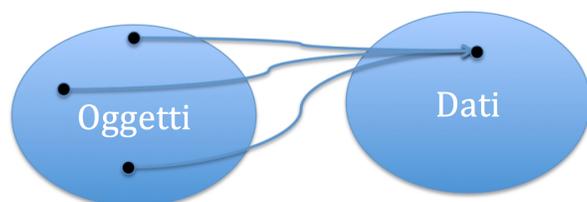


Figura1. Ogni oggetto, dietro uno stimolo noto, produce un determinato dato osservabile, ma un singolo dato può essere prodotto anche da infiniti oggetti.

Tralasciando la teoria della probabilità, vediamo cosa può voler dire per un problema inverso l'essere mal posto. Sforziamoci di pensare in astratto e, con riferimento alla Fig. 1, ammettiamo che esistano due insiemi: uno, lo 'spazio degli oggetti', contiene tutti i sistemi fisici che, adeguatamente stimolati, producono un effetto misurabile detto 'dato'; il secondo insieme, lo 'spazio dei dati', contiene tutti i valori assumibili dai dati. Il problema inverso consiste nel risalire da un elemento dello spazio dei dati all'elemento dello spazio degli oggetti che lo ha generato. Consideriamo ora un principio cui tutti i fisici credevano fino a poco meno di un secolo fa: la causalità. Ogni dato osservabile è generato da una causa fisica ben precisa: la procedura sperimentale che ho seguito per ottenerlo, se questo è sotto il mio controllo, oppure una qualche trasformazione di energia che mi è più o meno nota e che non sono in grado di influenzare. Se il sistema viene di nuovo stimolato esattamente dalla stessa causa, riottterrò esattamente lo stesso dato. Quindi, per ogni problema fisico, l'esistenza di una soluzione è certa. Questa caratteristica dei problemi inversi di origine fisica viene schematizzata in Fig. 1 con ognuno dei percorsi che conducono dagli oggetti ai dati: da un elemento dello spazio degli oggetti si va in un solo elemento dello spazio dei dati, ovvero, un fenomeno causale esclude che un esperimento possa produrre due risultati diversi. Dunque, un problema fisico diretto risponde sempre ai primi due requisiti di Hadamard per i problemi ben posti. Supponiamo anche di aver scoperto una bellissima legge fisica che risolva il problema diretto, cioè ci

consenta di tracciare i percorsi segnati in figura.³ Una volta che abbiamo fatto questa scoperta, a partire da un dato, saremo anche in grado di trovare un percorso di ritorno verso l'oggetto che lo ha prodotto? Non è detto. Il fatto che ogni oggetto produca un solo dato non vuol dire che più oggetti non possano produrre lo stesso dato.⁴ Trovandomi ad affrontare un problema inverso, allora, non saprei *quale* percorso risalire. Questo è il motivo per cui molti problemi inversi non soddisfano alla seconda condizione posta da Hadamard. Prendiamo ora in considerazione la terza condizione, ovvero la stabilità della soluzione. Supponiamo, come prima, di avere a disposizione la legge fisica che descrive il fenomeno che stiamo studiando. Partendo da due oggetti poco diversi, otterremo due dati poco diversi. Questo vuol dire che, come schematizzato in Fig. 2, in alto, tutti gli oggetti contenuti in una piccola area produrranno dati contenuti in un'area altrettanto piccola nello spazio dei dati. Nel problema inverso questo non avviene. Abbiamo un oggetto ben preciso, che genera un dato ben preciso, che noi però riusciamo a conoscere solo in modo approssimativo a causa degli errori di misura. Siamo cioè in grado di sapere che il dato vero sta in una piccola area attorno al dato che abbiamo misurato (detta 'incertezza di misura' in Fig. 2, in basso). Ammettiamo anche che esista una 'legge inversa' unica, cioè che ogni dato sia prodotto da uno e un solo oggetto. A partire da una piccola area nello spazio dei dati, siamo in grado di individuare una piccola area nello spazio degli oggetti che stia attorno all'oggetto che cerchiamo? La risposta è semplice: No! Infatti, a partire da qualunque punto ricadente nell'incertezza di misura, la soluzione sarà un elemento dell'insieme, detto *immagine inversa*, in cui la nostra legge trasforma l'incertezza di misura. È un insieme piccolo? Non ce lo assicura nessuno, anzi, molte volte è persino di estensione infinita. Nessun problema inverso soddisfa contemporaneamente le condizioni 2 e 3 di Hadamard. Allora non c'è speranza di arrivare a una soluzione? La risposta è sì, ma non basandosi solo sui dati osservati: bisogna aggiungere ulteriore informazione. Vediamo dalla Fig. 3 che la soluzione può stare ovunque nell'immagine inversa, la grande area marcata in verde. Se però so per altre vie che la soluzione gode di proprietà che la confinano nell'area indicata come *Vincolo*, so che la soluzione appartiene alla regione che le due aree hanno in comune, cioè all'intersezione tra gli insiemi vincolo e immagine inversa, e spero che questa sia abbastanza piccola. Molto approssimativamente, questo è ciò che succede nella soluzione di tutti i problemi inversi. Un'intersezione piccola corrisponde a una buona soluzione, mentre un'intersezione grande corrisponde a una soluzione cattiva. Ma chi ci dice quale vincolo introdurre? Non i dati, il cui effetto abbiamo già visto. È qualcosa che sappiamo già da prima sull'oggetto cercato. Ma se quello che vogliamo sapere è proprio di che oggetto si tratta, come facciamo a saperne qualcosa *da prima*?

³ In termini più formali, abbiamo un *modello* del sistema fisico che ci consente di conoscere la sua reazione a un certo stimolo. Ad esempio, una legge di questo tipo potrebbe essere quella che lega l'allungamento di una molla alla forza cui è sottoposta.

⁴ Per rimanere sull'esempio delle molle, misurare l'allungamento subito da una molla sotto l'effetto di una forza non consente di risalire alle caratteristiche elastiche della molla se non si hanno a disposizione altre informazioni.

Introducendo il vincolo, assumiamo che la nostra incognita appartenga a una ben determinata classe di oggetti. Ma chi ce lo assicura? Nessuno! È un pregiudizio. Ed ecco che, grazie al pregiudizio, da curiosità matematica un problema mal posto diventa uno strumento tremendamente utile per conoscere il mondo.

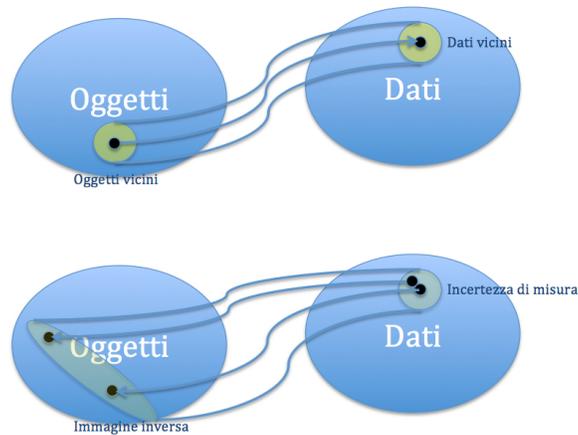


Figura2. Oggetti poco differenti conducono a dati poco differenti. Al contrario, dati poco differenti possono risultare da oggetti molto diversi.



Figura3. Se, oltre ai dati, si dispone di un insieme 'vincolo', si può confinare la soluzione all'intersezione tra questo l'immagine inversa.

Supponiamo ora di trovarci nella condizione illustrata in Fig. 4: l'immagine inversa e l'insieme vincolo non hanno nessun punto in comune. Cosa può voler dire? Non esiste alcun oggetto che ha prodotto i dati osservabili? Se si tratta di un problema fisico, questo è impossibile. La legge che abbiamo utilizzato è sbagliata? In questo caso, possiamo aver sbagliato semplificando troppo il problema dell'*inversione*, oppure è proprio la legge che ci hanno fornito che è inadeguata a modellare il fenomeno, e dobbiamo tornare dai teorici a farcene dare una miglio-

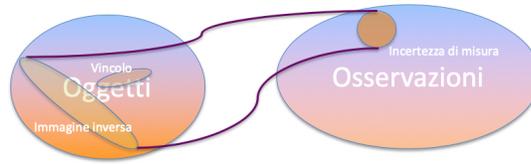


Figura4. Vincolo incompatibile con i dati: l'intersezione è vuota.

re. Abbiamo valutato male l'incertezza di misura? Il nostro strumento potrebbe essere guasto o difettoso. Ultima possibilità: è l'insieme vincolo ad essere inadeguato. In altre parole, il nostro pregiudizio è sbagliato. E allora? In alcuni casi si rende il vincolo meno restrittivo e si cerca di aggiungere ulteriori osservazioni all'insieme dei dati, ma rimane sempre l'incertezza di misura che può dar luogo a immagini inverse estremamente estese. In altri casi si pone l'alternativa tra ottenere una soluzione malamente approssimata o... andare a cercare un vincolo più adeguato. Cioè un altro pregiudizio! Indipendentemente da una dimostrazione formale, possiamo quindi intuire che il pregiudizio è sempre necessario per risalire dai nostri sensi all'ambiente che ci circonda, e che alla scoperta di un pregiudizio sbagliato si può solo rimediare con un altro pregiudizio. Teniamo presente che la percezione guida l'azione, e ne è a sua volta guidata, e quindi partecipa a pieno titolo al nostro modo di rapportarci con il mondo e con gli altri esseri, e quindi al nostro agire morale. L'ambiente però è dinamico, cambia nel tempo. Un pregiudizio che fornisce risultati utili in un ambiente può risultare inutile o dannoso se l'ambiente cambia, e quindi va sostituito. Per i sostituire i pregiudizi di livello zero (che rispondono all'ambiente fisico), dobbiamo aspettare l'evoluzione biologica, cioè non abbiamo speranza di riuscirci nel tempo che ci rimane da vivere. Per i pregiudizi di livello più alto (che rispondono all'ambiente culturale), dovrebbe essere più facile, anche se spesso non si direbbe.

4 Pregiudizi innati: utili e ingannatori

In questo paragrafo si tratta di alcuni dei 'pregiudizi' che l'evoluzione biologica ha scolpito in noi, assolutamente indispensabili alla nostra esistenza ma la cui presenza ci assoggetta a possibili inganni. Sto parlando del nostro sistema visivo e dei casi in cui la sua efficacia è limitata dalle cosiddette illusioni ottiche.

Non posso nemmeno tentare di riassumere le diverse posizioni assunte in millenni riguardo alla nostra percezione visiva. Negli ultimi circa cinquant'anni, in concomitanza con lo sviluppo dell'informatica e delle neuroscienze, si sono sviluppate diverse teorie che integrano in vario modo i contributi provenienti dai due mondi. Un'interpretazione di successo, seppur riduttiva, della funzione visiva umana è quella resa popolare da David Marr (1945-1980), che stacca la vi-



Figura5. Francesco Borromini, portico prospettico di Palazzo Spada, Roma.

sione dal contesto percezione-ragionamento-azione e sostiene che la sua funzione è di ricostruire forme tridimensionali a partire dalle mappe bidimensionali che provengono dai nostri occhi. Non sfugge a nessuno che questa definizione è gravemente carente, e non tiene conto delle tantissime cose che il nostro sistema visivo ci consente di fare. Esistono diverse altre interpretazioni che vi si avvicinano maggiormente, ma prendere in considerazione solo la ricostruzione tridimensionale consente di rendersi conto con estrema semplicità del problema inverso all'opera in questo caso, e dei pregiudizi che ne facilitano la soluzione. Proprio questa semplicità ha fatto sì che l'approccio di Marr abbia prodotto molte applicazioni della cosiddetta 'visione artificiale', intesa come soluzione matematica di problemi di ricostruzione visiva senza la pretesa di indagare i meccanismi mediante i quali gli stessi problemi sono risolti dalla visione umana.

Ci sono diverse modalità con cui la nostra visione riesce ad estrarre informazioni tridimensionali da una o due immagini bidimensionali. Si possono utilizzare, tra l'altro, le ombre, i colori degli oggetti, le occlusioni tra un oggetto e l'altro, il loro movimento, e le differenze tra le posizioni apparenti di un oggetto nelle due immagini bidimensionali che ce ne forniscono i nostri occhi. Vediamo come su queste basi la percezione molto spesso ci inganna, e per avere la soluzione corretta bisogna ricorrere a informazione che non proviene immediatamente dai nostri sensi. Un primo esempio viene dal genio di Francesco Borromini (1599-1667), che ha concepito quanto si vede in Fig. 5. Sembrerebbe trattarsi di un lungo portico che conduce a un giardino, con una grande statua sulla parete di fondo. In realtà il portico è lungo solo otto metri, ma appare lungo più di trenta perché è costruito, come mostrato in Fig. 6, per sfruttare un nostro pregiudizio

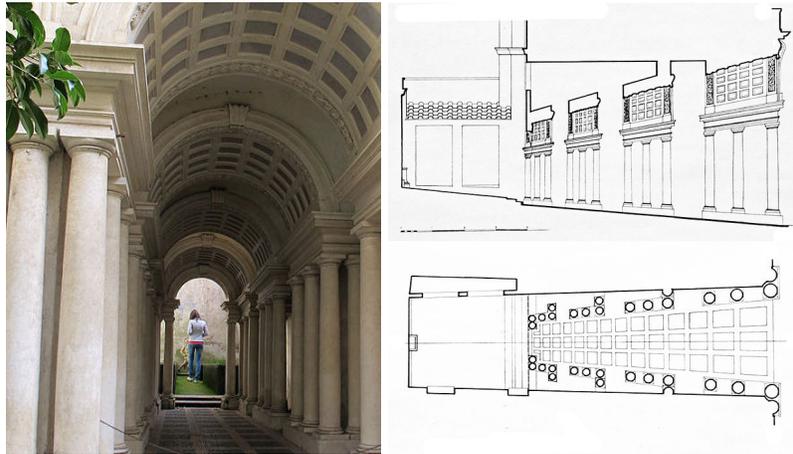


Figura6. Portico prospettico di Palazzo Spada. È la statua a essere piccola, non la persona gigantesca. A destra: spaccato e pianta del portico.

forse innato. Siamo davanti a una struttura tridimensionale che non riusciamo a ricostruire correttamente perché le linee che ne definiscono l'architettura non sono, come ci aspetteremmo, parallele. Il genio dell'architetto sta nell'aver costruito una struttura che produce lo stesso dato (l'immagine nei nostri occhi) di una struttura completamente diversa.

Ma il nostro pregiudizio ci induce a vedere una scena tridimensionale anche se tale scena non esiste:⁵ quello che vediamo non appena apriamo gli occhi è sempre una scena tridimensionale, anche se questa non contiene indizi interpretabili con l'esperienza. L'immagine in Fig. 7 non deriva da nessuna scena fisica, ma contiene indizi tridimensionali (finte ombre) contraddittori tra loro. Se la osservate nel suo complesso, il vostro sistema visivo produce una ricostruzione tridimensionale non coerente nelle diverse zone, e vi fa ritenere che la figura sia in movimento. Invece di afferrarla tutta insieme, provate a fissare la vostra attenzione su un punto particolare. Come per magia, la figura vi apparirà com'è: ferma.

Tendiamo a estrarre caratteristiche tridimensionali anche da coppie di scene bidimensionali prese da punti di vista leggermente diversi, come le due scene che provengono dai nostri occhi quando ci troviamo davanti a una scena del mondo reale. Si tratta della *visione binoculare*, di cui la specie umana è dotata. Avendo due occhi in grado di osservare la stessa scena, come si vede in Fig. 8, otteniamo due immagini in cui ogni singolo oggetto appare in posizione leggermente diversa. Sulla base di queste differenze, è possibile risalire alle distanze relative degli oggetti dall'osservatore. In generale, ricavare le distanze sarebbe piuttosto complicato, ma i nostri occhi non sono puntati a caso, e il problema può essere

⁵ Una rapida rassegna dell'opera di Maurits Cornelis Escher (1898-1972), a questo proposito, ci lascia decisamente disorientati.

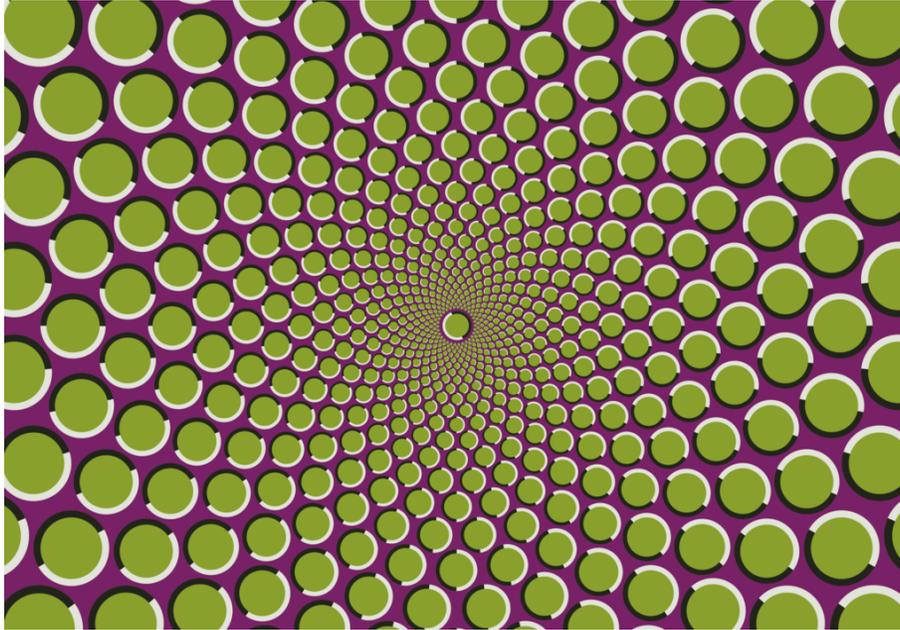


Figura7. Illusione ottica prodotta da caratteristiche tridimensionali contraddittorie.

risolto in maniera semplice a patto di introdurre informazione non sensoriale, cioè pregiudizi:

- I nostri occhi si trovano effettivamente di fronte a una scena tridimensionale;
- Le immagini prodotte dai due occhi rappresentano porzioni largamente sovrapponibili della scena;
- La geometria del sistema ottico è nota.

Il primo pregiudizio lo abbiamo già visto: si tratta molto probabilmente di un pregiudizio di livello zero. Lo possiamo sfruttare utilmente per creare illusioni di scene tridimensionali che non esistono. Oggi ci sono tante tecniche che ci consentono di farlo, ma non si tratta di un'idea nuova. Da più di un secolo infatti si riescono a creare coppie di immagini *stereoscopiche*, che sfruttano il primo e il secondo pregiudizio per creare l'illusione della tridimensionalità. Si usavano fotocamere del tipo mostrato in Fig. 9 per creare coppie di immagini che, osservate attraverso speciali occhiali (stereoscopi), davano l'impressione di trovarsi davanti a una scena reale tridimensionale, mentre in realtà le due immagini potrebbero anche essere create artificialmente e riferirsi a una scena immaginaria. Il terzo pregiudizio è sicuramente di livello zero, e sicuramente non correggibile: i nati strabici non hanno capacità di fusione binoculare, e non la riacquistano nemmeno se lo strabismo viene poi corretto chirurgicamente. Fortunatamente, non è solo la visione binoculare che ci consente di apprezzare la profondità delle

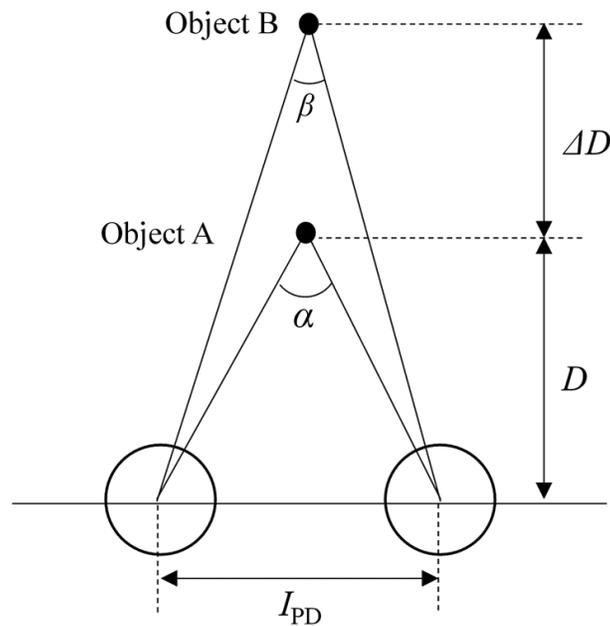


Figura8. Possibilità di visione binoculare per occhi con campi visivi parzialmente sovrapposti. Un oggetto posto in A (o in B) sarà rappresentato in punti diversi delle immagini che si formano sulle due retine. Conoscendo la distanza tra le due pupille e l'angolo formato dai due assi ottici, una semplice derivazione geometrica consente di determinare quale dei due oggetti A e B sia più vicino all'osservatore.



Figura9. A sinistra: un sistema artificiale per simulare la visione binoculare, la fotocamera per ripresa stereoscopica. A destra: 'occhiali' per la fusione di due immagini stereoscopiche.



Figura10. Stereogramma a punti casuali.

scene. Manca ancora un dettaglio. Come facciamo a realizzare la fusione? Vale a dire, chi ci dice quali sono, nelle due immagini, i punti corrispondenti a ogni punto della scena tridimensionale? Abbiamo bisogno di individuare particolari di oggetti noti, tipo una lettera su un foglio stampato, un buco su una superficie, lo spigolo di un oggetto, ecc., per poi metterli in relazione e valutarne le differenze di posizione? Sarebbe un lavoro parecchio lungo! E infatti non è così. Bela Julesz (1928-2003) ha scoperto che la nostra capacità di stabilire queste corrispondenze⁶ non dipende dal riconoscimento cosciente dei dettagli. Egli ha avuto l'idea di creare una coppia stereoscopica partendo da un'immagine fatta di punti distribuiti in maniera assolutamente casuale, e riproducendola poi identica, salvo che per un leggero spostamento di alcune zone fatto sulla base di un ipotetico corpo tridimensionale 'mimetizzato' in questo disegno casuale. È evidente (Fig. 10) che in una coppia di questo genere nessuno è in grado di riconoscere punti particolari cui fare riferimento. Eppure, se si guarda con uno stereoscopio, la coppia produce un'immagine tridimensionale ben precisa.⁷ Vuol dire che la capacità di fusione binoculare nell'essere umano è indipendente dall'esperienza: esiste una qualche struttura, una funzione specifica di qualche parte del cervello, che è costruita apposta per realizzare la fusione binoculare. Un altro pregiudizio di livello zero.

⁶ Cioè di trovare che due punti in due immagini diverse corrispondono a un unico punto appartenente alla scena reale.

⁷ Se non avete uno stereoscopio a disposizione, potete provare a fissare il vostro sguardo su un punto più distante del disegno fino a che non vedete le due figure perfettamente sovrapposte una all'altra. Se non ci riuscite, provate a posizionare il bordo una cartolina sullo spazio bianco tra le due immagini, tenendola perpendicolare al foglio. Quindi, appoggiate la punta del naso sul bordo opposto, guardate, e rilassatevi. Vedrete emergere una figura quadrata fluttuante al disopra dello sfondo mimetico, più vicina a voi rispetto al piano del foglio (Se non vedete nulla non vi preoccupate: pare che il 20% delle persone ne sia incapace, ma non è grave). Potete provare anche a fare un altro esperimento: ritagliate le due immagini e scambiatele di posto. Cosa pensate che vedrete, ripetendo la procedura appena descritta?

5 Valore e pregiudizio

Abbiamo visto solo pregiudizi di livello zero, o poco sopra, e tutti legati a tentativi di simulare matematicamente funzioni della percezione visiva. Ho paura di non avere alcun titolo per parlare di pregiudizi sociali, visto che sono sicuramente molto più complicati di quanto io stesso possa pensare.

La necessità di disporre di pregiudizi utili, tuttavia, mi pare risulti chiara, come è chiaro il loro meccanismo di funzionamento: delimitano una regione dello spazio delle soluzioni molto più ristretta della totalità delle possibilità esistenti in base ai soli dati. Sebbene non possa addentrarmi nei dettagli dei pregiudizi sociali, posso avere un'idea di come funzionano nella scienza, intesa come osservazione, analisi e interpretazione, e il meccanismo mi appare sempre lo stesso, anche se qui non c'è spazio per fare esempi: la presenza del pregiudizio consente di ridurre le necessità di calcolo per la soluzione di un problema di percezione. La percezione senza pregiudizi è impossibile, o talmente svantaggiosa da pregiudicare la sopravvivenza (di un individuo, di una specie, o di un'indagine scientifica). La presenza del pregiudizio è il più delle volte inconsapevole. Un meccanismo che la può rivelare è l'emergere di risultati contraddittori. Questi possono presentarsi a fronte di dati di tipo 'patologico', come quelli richiamati in Fig. 7,⁸ di un'alterazione del sistema sensoriale, o di un mutamento dell'ambiente circostante. Quando ciò si verifica, è necessario riconoscere i pregiudizi dannosi e rimuoverli, ma rimuoverli non vuol dire farne a meno del tutto. Occorre trovarne di nuovi. Naturalmente, quando è l'evoluzione biologica a doverne trovare, occorrono molte generazioni e la nascita di nuove specie. La sostituzione di pregiudizi da parte dell'evoluzione culturale, invece, avviene tutti i giorni sotto i nostri occhi, e può apparire evidente anche in meno di una generazione. I meccanismi di sostituzione dei pregiudizi da parte della scienza sono un esempio chiaro di come funziona l'evoluzione culturale.

Se ci si avvicina alla storia della scienza, appare evidente che i pregiudizi hanno lavorato costantemente nella sua evoluzione, ma anche che la loro presenza è stata spesso vantaggiosa. Le grandi teorie, i maggiori e più duraturi successi in campo scientifico sono tutti basati su pregiudizi vantaggiosi. Senza provare a definirli più formalmente, chiamiamoli 'pregiudizi buoni', e ammettiamo che consentano di spiegare più osservazioni o di prevedere più accuratamente l'esito di osservazioni future. Se costituiscono la base di teorie di successo, è anche ovvio che un po' tutti saranno restii a metterli in discussione, ed ecco che i pregiudizi buoni si trasformano in 'valori'. Finché nessuno riesce a dimostrarne la falsità, e finché continuano a fornire una buona base per teorie di successo (o per qualunque attività individuale o sociale), i valori persistono e assumono sempre maggiore importanza, e sempre minore è la propensione a metterli in discussione. Anche nella scienza i valori hanno un ruolo decisivo. Ci sono però valori e valori: secondo alcuni, i soli valori buoni nella scienza sono quelli che fanno scegliere teorie buone dal punto di vista della loro coerenza interna e con

⁸ In quel caso si trattava di illusioni ottiche. Si possono trasportare queste osservazioni fino a individuare meccanismi simili per le 'illusioni sociali'?

altre teorie consolidate (i ‘valori epistemici’), e l’uso di valori diversi (non epistemici) porta solo a ‘cattiva scienza’. Esempi di valori non epistemici possono essere trovati tra quelli che orientano le scelte secondo principi politici o religiosi (per esempio, il creazionismo), o che privilegiano teorie utili a fini estranei alla sola comprensione della realtà (per esempio, il darwinismo sociale). Ora, a parte che distinguere tra valori epistemici e non epistemici è spesso un compito non semplice, la scienza, e la società, hanno fatto passi avanti basandosi anche su valori che non hanno a che fare con la coerenza delle teorie, anzi, come osserva Paul Feyerabend (1924-1994), l’assenza di quei valori avrebbe assolutamente impedito il progresso della scienza. Meglio, la scienza non si sarebbe evoluta fino a raggiungere il suo stato attuale. Se questo corrisponda a un progresso sarebbe da discutere.⁹ Esaminando l’evoluzione storica della scienza sotto questa luce, si vede anche come i valori si possano trasformare, e come ipotesi di base ragionevoli possano col tempo trasformarsi in valori (sia epistemici sia non epistemici). Per esempio, che tutto ciò che esiste sia stato creato da Dio è stata un’ipotesi di base ragionevole fino a pochi secoli fa. Galileo (1564-1642) e Newton (1642-1727) ci credevano fermamente, e il valore delle teorie scientifiche era misurato anche sulla loro coerenza con le sacre scritture e la teologia. Newton non amava Cartesio (1596-1650), perché nella sua filosofia Dio (il Grande Orologiaio) sembrava quasi superfluo, avendo costruito e avviato un Mondo che poi poteva andare avanti tranquillamente da solo. Nella fisica di Newton, al contrario, Egli doveva continuamente intervenire per mantenerlo stabile. Per motivi probabilmente diversi, anche Albert Einstein (1879-1955) credeva in un Universo stazionario e, nello scrivere le sue equazioni della relatività generale, vi introdusse una costante *cosmologica* che servisse proprio allo scopo, salvo pentirsi alcuni anni dopo, quando, per merito di Edwin Hubble (1889-1953), si scoprì che l’Universo è in espansione. Al giorno d’oggi, assunzioni di questo tipo sarebbero identificate come pregiudizi ‘cattivi’, mentre, ad esempio, la bontà delle teorie viene misurata sulla loro coerenza con i principi della meccanica quantistica, una teoria di successo che, a sua volta, secondo l’opinione di alcuni sociologi della scienza, prende le mosse da valori assolutamente non epistemici. Rieccoci dunque a quanto enunciato in generale: l’ambiente in cui viviamo è dinamico; dal modo in cui interagiamo con esso dipende la nostra stessa sopravvivenza; se per le sue mutate condizioni la percezione che ne abbiamo risulta ingannevole, l’unica soluzione è mutare i presupposti della nostra percezione. Esistono, dunque, ‘valori non negoziabili’? Secondo me no, in nessun campo. Nonostante l’onnipresenza e la necessità del pregiudizio, come specie umana, godiamo però di un privilegio che possiamo sfruttare nei momenti in cui non c’è bisogno di azione immediata. È la capacità di ragionamento astratto, che ci consente di sottoporre i valori a continua verifica e revisione senza mettere in pericolo la nostra sopravvivenza.

⁹ Diversi filosofi della scienza negano che l’evoluzione scientifica corrisponda a un progresso *verso* qualcosa (per esempio, verso una spiegazione più perfetta della realtà). Thomas Kuhn (1922-1996) ha speculato a lungo sul problema, arrivando a sostenere che l’evoluzione della scienza è piuttosto un progresso *da* qualcosa.

6 Conclusione

Non è solo il ragionamento astratto, o l'esperienza, a indurci a rivedere valori e pregiudizi. Ci sono anche gli affetti, l'emotività, il nostro stato di salute. Mi sento di dire che, in tutti i casi, la nostra percezione e, nella scienza, le nostre strategie per la soluzione formale di un problema inverso, sono guidate da una combinazione di tutti i fattori appena ricordati. Lo scienziato, come l'artista, ricorre normalmente a tutta la sua esperienza, e non solo attraverso la logica, per trovare la maniera di descrivere un fenomeno e di spiegare i dati a disposizione. Non sempre il risultato assume un valore estetico, salvo forse che agli occhi di pochi iniziati. In questo senso, è l'artista che raggiunge livelli di sintesi tali da superare ogni descrizione formale, penetrando direttamente nel profondo della coscienza di chi ne apprezza l'opera. Il poeta e incisore visionario William Blake (1757-1827) intende probabilmente qualcosa in più con i suoi versi, e tuttavia suggerisce chiaramente come sia la percezione a mediare tra noi e le cose:¹⁰

*Se le porte della percezione fossero aperte
tutte le cose apparirebbero come realmente sono: Infinite.*

La “nozione che l'uomo ha un corpo distinto dalla sua anima” (vedi Fig. 11) funge qui da pregiudizio che corrompe la percezione. Il poeta promette di liberarsene “dissolvendo” l'apparenza e “mostrando l'infinito che vi si nasconde”. Decenni dopo, Aldous Huxley (1894-1963) si ispira a Blake per il titolo di un suo saggio¹¹ in cui esplora gli effetti della mescalina sulla percezione. A parte il fatto che si tratta di esperimenti decisamente da sconsigliare, dovessi tradurre nei termini che ho usato in questa chiacchierata, direi che l'effetto delle droghe è di inibire i pregiudizi di livello zero che guidano la nostra percezione.¹² Personalmente, ritengo che il problema legato a questa ‘strategia di intervento’ risieda nel ‘pregiudizio sostitutivo’ che abbiamo visto necessario per il recuperare l'efficacia della percezione. Nessuno ci assicura che una qualunque droga sia in grado di operare questa sostituzione. Lo stesso Huxley osserva che, mentre la mescalina produce un nuovo tipo di percezione in grado di condurre a una più alta spiritualità, produce anche un'inibizione ad agire.¹³ Che si sia dunque prodotta una

¹⁰ *The Marriage of Heaven and Hell*, 1790. Edizione italiana a cura di M. Costantino, *Il matrimonio del paradiso e dell'inferno*, Asterios, Trieste, 2013.

¹¹ *The doors of perception*, 1954. Edizione italiana con traduzione di L. Sautto in *Le porte della percezione - Paradiso e inferno*, Mondadori, Milano, 2005.

¹² Visto che, al Paragrafo 4, ho mostrato che i nostri pregiudizi di livello zero possono farci apparire retti gli angoli formati da pareti che in realtà non sono perpendicolari, mi pare interessante osservare che Huxley racconta di aver percepito, per effetto della mescalina, come non perpendicolari delle pareti che in realtà lo sono. La droga ha rimosso un pregiudizio che, mentre ostacolava la percezione degli oggetti in sé, consentiva di limitare il dominio delle relazioni spaziali in modo tale da percepirle correttamente nella maggior parte dei casi. In altre parole, la presenza del pregiudizio espone a errori di valutazione come quello mostrato in Fig. 5, mentre la sua assenza può alterare la percezione fino a rendere difficoltosa l'interazione con l'ambiente.

¹³ “... il consumatore di mescalina non vede ragione per fare alcunché...”

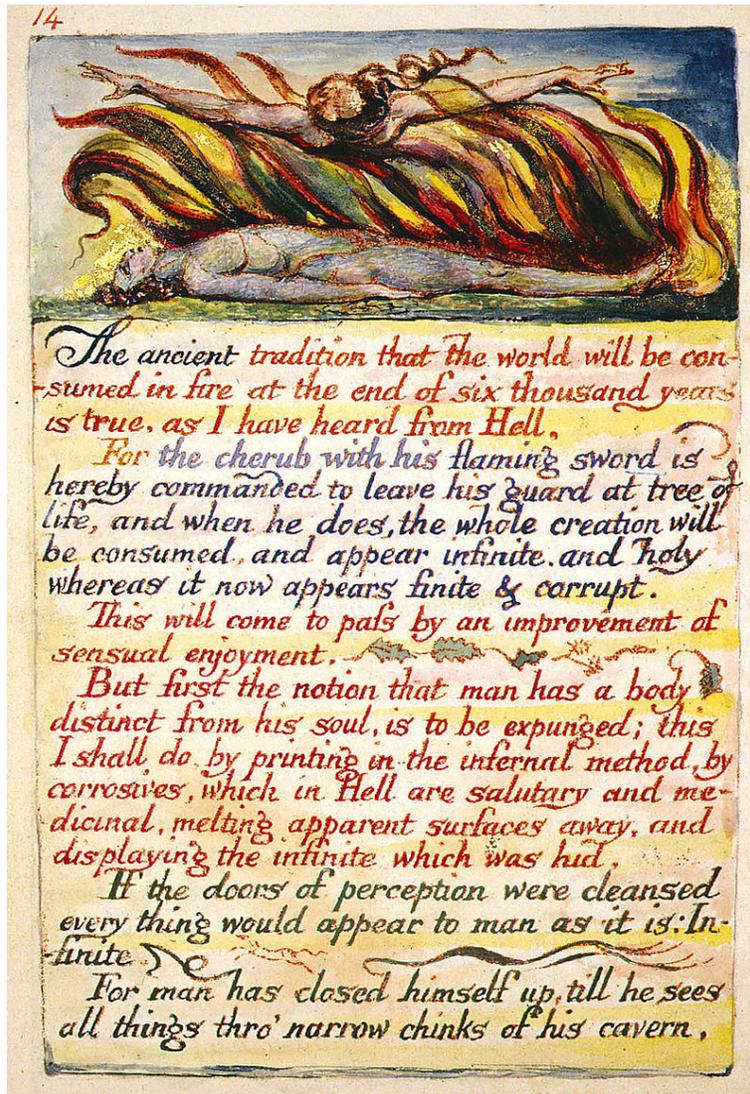


Figura11. Incisione da W. Blake, *The Marriage of Heaven and Hell*, 1790.

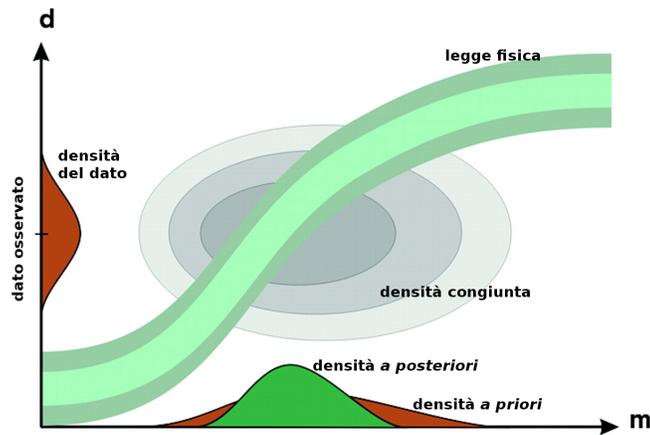
maglia difettosa nella catena percezione-ragionamento-azione? Se pensa a una più alta spiritualità incarnata da un Uomo Tutto-Percezione, Huxley contraddice il suo stesso ispiratore, ammettendo che l'Uomo possa effettivamente avere un'anima distinta e indipendente dal corpo. In realtà, è il *ritorno* dall'esperienza psichedelica che rende più consapevoli della natura delle cose e del loro rapporto con i simboli che le rappresentano, consentendo nel contempo il recupero della volontà di agire e interagire con l'ambiente. Ancora alcuni anni dopo, gli stessi passaggi di Blake e Huxley ispirano Jim Morrison (1943-1971) e Ray Manzarek (1939-2013) nel battezzare il loro nuovo gruppo rock: *The Doors*. I testi delle loro canzoni hanno molto a che fare con la percezione, sia essa 'normale' o alterata. Ecco un esempio (1967) in cui si richiama come la percezione che si ha delle persone e delle cose che ci circondano dipende fortemente dal nostro stato emotivo:

*People are strange when you're a stranger
Faces look ugly when you're alone
Women seem wicked when you're unwanted
Streets are uneven when you're down*

Ai nostri fini, che suggerimenti possiamo trarne? Il nostro stato emotivo, oltre che il nostro stato fisico e la nostra esperienza, modifica i presupposti su cui ci basiamo per valutare quello che ci accade attorno e, di conseguenza, le nostre strategie di comportamento. Abbiamo visto come sia necessario che questi presupposti si basino largamente sul pregiudizio. I pregiudizi riconosciuti buoni per un po' di tempo diventano 'valori'. Può un valore essere 'non negoziabile'? Praticamente mai, perché l'ambiente è dinamico, e un pregiudizio buono a un tempo può rivelarsi non buono a un tempo, o uno scopo, diverso. E alla fine i valori sono pregiudizi. Bisogna trovarne di nuovi che sostituiscano quelli 'avariati'. Non cerchiamoli solo sui libri di matematica.

Appendice A Problemi inversi e probabilità bayesiana

Un filosofo e storico della scienza, Ian Hacking (1936), fa notare che sin dalla notte dei tempi il genere umano ha trattato problemi che oggi chiameremmo 'di probabilità', e che, già all'emergere di questo nuovo tipo di logica nel pensiero moderno, era chiaro che con lo stesso termine si potevano intendere due cose concettualmente molto diverse. Prima: si osserva che certi esperimenti ripetuti producono risultati con frequenze stabili. Tanto per fare l'esempio più banale, se lanciamo molte volte una moneta, ragionevolmente ci aspettiamo che la frequenza del risultato 'testa' tenda a stabilizzarsi sulla metà del numero totale di lanci. Questa è la cosiddetta interpretazione *frequentista* della probabilità. Un'altra interpretazione, che è comune anche nel nostro linguaggio quotidiano, considera la probabilità come un 'grado di credenza' sulla verità di un enunciato, anche quando questo non ha niente a che vedere con esperimenti ripetuti. Per esempio, quando diciamo «sono sicuro al 90% che Giulia è tornata a casa», sappiamo



FiguraA.1. Composizione di stati di informazione nella soluzione di un problema inverso.

bene che il fatto che Giulia sia rientrata non risulta dalle ripetizioni di un esperimento, eppure chiunque ci ascolti sa bene quello che intendiamo dire. Questa interpretazione della probabilità è detta *bayesiana*, poiché la sua formalizzazione è dovuta a Thomas Bayes, un ecclesiastico inglese vissuto nel XVIII secolo (1702-1761). Ancora oggi ci sono controversie tra frequentisti e bayesiani sull'uso di quelle che Bayes definisce 'probabilità *a priori*', e che sono fermamente rifiutate dai frequentisti. In pratica, Bayes riconosce che quello che sappiamo sulla verità di un enunciato dipende non solo dai dati che lo confermano o smentiscono, ma anche da quello che ne sapevamo 'prima', indipendentemente dai dati, ovvero da una probabilità che lui chiama anche 'soggettiva'. È proprio questa 'soggettività' che dà più fastidio ai frequentisti, in quanto suggerisce che la verità di un fenomeno dipende non solo dal fenomeno ma anche dall'osservatore.

Torniamo al semplice schema di Fig. 3 e tentiamo di tradurlo in termini probabilistici e bayesiani. Iniziamo con lo 'schiacciare' gli spazi dei dati e degli oggetti su due rette perpendicolari, indicate in Fig. A.1, rispettivamente, con \mathbf{d} e con \mathbf{m} .¹⁴ Supponiamo di aver misurato un dato, e di sapere che la nostra misura è affetta da un certo errore. In Fig. 3, sapevamo che il dato 'vero' era contenuto in quel cerchietto attorno al punto che rappresentava il dato misurato. In questo caso aggiungiamo qualcosa in più: la probabilità. Sappiamo che il dato vero sarà contenuto in un certo intervallo attorno al dato misurato, ma la sua presenza non è ugualmente probabile in tutte le parti di quell'intervallo. Quell'area in marrone con la base sull'asse \mathbf{d} in figura indica proprio questo, e si chiama *funzione densità di probabilità*. Se prendo un qualunque segmentino sull'asse \mathbf{d} e misuro la frazione di area in marrone che questo individua, ottengo la probabilità che il

¹⁴ Come se sia l'oggetto che cerchiamo sia ognuno dei dati fossero semplicemente due numeri, che si possono rappresentare mediante punti sulle rette \mathbf{m} e \mathbf{d} .

dato vero sia presente all'interno di quell'intervallo. Ad esempio, banalmente, se il segmento copre l'intera area marrone, otterrò una probabilità del 100% che il dato si trovi nel relativo intervallo; se misuro un'area che vale metà di quel valore, saprò che il dato si trova nel relativo segmentino con il 50% di probabilità, e così via. Avevo parlato di una legge che lega l'oggetto al dato. In realtà, anche questa legge sarà sempre approssimata, e quindi dovrà essere rappresentata da una probabilità, piuttosto che da una curva ben definita nel piano $\mathbf{m} - \mathbf{d}$. In figura, si tratta della striscia in due diverse gradazioni di verde chiaro. Cosa vuol dire? Che, per ogni oggetto \mathbf{m} , la mia legge non produrrà il dato 'vero', ma questo sarà contenuto entro un certo intervallo sull'asse \mathbf{d} , con diverse probabilità sui diversi segmentini che lo compongono. Ora, nella teoria bayesiana, *ogni densità rappresenta uno stato di informazione*. Intuitivamente, una densità la cui area è molto concentrata dà molta informazione sulla grandezza che rappresenta: vuol dire che sicuramente (al 100%) il suo valore è contenuto in un piccolo intervallo attorno a un valore noto. Viceversa, se una densità è molto 'sparpagliata', qualunque piccolo intervallo io consideri, la probabilità di trovarci il mio dato è molto bassa, quindi un tale tipo di densità dà poca informazione sul valore della grandezza di interesse. Se metto insieme gli stati di informazione sul dato e sulla legge fisica,¹⁵ ottengo uno stato di informazione sull'oggetto, che corrisponde a una densità di probabilità piuttosto sparpagliata (non indicata in figura), che comporta una elevata incertezza sull'oggetto cercato. Se all'informazione relativa a dato e legge fisica aggiungiamo informazione già disponibile sull'oggetto, cioè informazione *a priori* (o *pregiudizio*), ovvero l'area marrone sull'asse \mathbf{m} , otteniamo uno stato di informazione sull'oggetto che è ristretto all'area verde scuro sull'asse \mathbf{m} (la *densità a posteriori*), e rappresenta un'incertezza dello stesso ordine di grandezza dell'incertezza sul dato. In altre parole, abbiamo raggiunto una soluzione 'buona' del nostro problema inverso. A questo punto il nostro compito è finito. L'ultima cosa da fare, ma qui non serve approfondire, è trovare un punto particolare all'interno del nostro stato di informazione che sia maggiormente rappresentativo di ciò che sappiamo sull'oggetto.¹⁶

Forse ho commesso un crimine cercando di presentare questa cosa in maniera così breve e approssimata. Il messaggio essenziale, però, è comunque valido, ed è che la soluzione di un problema inverso coincide sempre con la composizione di tutta l'informazione che abbiamo a proposito delle variabili del problema stesso, e che non tutta l'informazione proviene dai dati osservati. Se chiamiamo arbitrariamente *pregiudizio* l'informazione aggiuntiva, traiamo un'utile metafora per giudicare cose che stanno apparentemente al di fuori dell'ambito dei problemi matematici. Quanto si voglia ammettere aderente questa metafora, ovvero, fino a che punto si voglia pensare che non si tratti di una semplice metafora, dipende dalla sensibilità di ognuno. L'importante è tenere sempre presente che nasce come metafora. Un'ultima considerazione. Torniamo alla Fig. 4: che succede se i nostri dati, la nostra legge e il nostro pregiudizio sono *incompatibili*? Suppo-

¹⁵ Grosso modo, per ogni coppia $\mathbf{m} - \mathbf{d}$, questo equivale a moltiplicare i relativi stati di informazione.

¹⁶ A rigore, qui si esce dal problema inverso e si va su un problema di *stima*.

niamo cioè che i due insiemi vincolo e immagine inversa non abbiano nessun elemento in comune. In termini bayesiani dovremmo dire che la densità *a posteriori* è costante su tutto lo spazio delle soluzioni, cioè che non esiste nessuna regione che contiene la soluzione con maggiore probabilità di altre. Allora, una volta scoperto che il nostro pregiudizio (la probabilità *a priori*) è sbagliato, come facciamo a sbarazzarcene? Abbiamo visto che la sua presenza è essenziale per ottenere una densità *a posteriori* altamente informativa. La sua assenza, dunque, diminuisce la nostra informazione sul problema. Ora, come ci dice Cornelius Lanczos (1893-1974), *nessun trucco matematico può rimediare a una mancanza di informazione*, quindi l'unica maniera di sbarazzarsi di un pregiudizio sbagliato, mantenendo la possibilità di risolvere il problema in un tempo ragionevole, è di sostituirlo con un altro pregiudizio. Non c'è dunque speranza di avere una percezione libera da pregiudizi? Ho paura di no. Il fatto però di sapere che non ne siamo mai immuni ci aiuta a gestirli.

Appendice B Letture

Sul nostro modo di percepire e ragionare mi sento di consigliare, di Douglas Hofstadter e Emmanuel Sander, *Superfici ed essenze - L'analogia come cuore pulsante del pensiero*, Codice Edizioni, 2015 (traduzione di Francesco Bianchini e Maurizio Codogno). Questo libro tratta proprio del nostro modo di ragionare e agire, ed è di piacevole e facile lettura. Secondo gli autori, le nostre convinzioni si raggiungono non attraverso processi formali, ma sempre per analogia. Un qualcosa che li avvicina sensibilmente a quelli che qui ho definito 'pregiudizi'. Mi piace notare che il concetto di 'vincolo' gioca un ruolo importante: I vincoli, in realtà, servono per liberare e non per legare (James Falen, traduttore di Puskin come Hofstaedter: *An odelet in praise of constraints*).

Sui pregiudizi è interessante il *Saggio sugli errori popolari degli antichi*, del diciassettenne Giacomo Leopardi. La parola 'pregiudizio' vi appare ben 63 volte, quindi siamo sicuramente in tema. Distinzione tra 'errore' e 'pregiudizio': dell'errore è facile sbarazzarsi, del pregiudizio molto meno. Indipendentemente dalle singole credenze esaminate nelle 300 pagine del libro, la lettura del primo e dell'ultimo capitolo aiuta a comprendere la posizione dell'autore.

Sui problemi inversi in generale conosco solo testi specialistici. Il libro di Albert Tarantola *Inverse problem theory*, SIAM, Philadelphia, 2005, non è di facile lettura per studenti di scuola superiore, almeno nelle sue parti matematiche. La lettura dell'introduzione generale, e delle parti introduttive dei diversi capitoli, è piacevole e a tratti anche illuminante.

Sulla teoria della probabilità esiste una infinità di testi. Uno che ricostruisce le vicende storiche che hanno portato all'attuale significato del termine, e alle sue interpretazioni frequentista e bayesiana, è il libro di Ian Hacking *L'emergenza della probabilità*, Il Saggiatore, Milano, 1987 (traduzione di M. Piccone).

Sulla percezione (specialmente visiva), segnalo il libro di Bela Julesz *Dialogues on perception*, MIT Press, Cambridge, MA, 1994. È un interessantissimo saggio scritto, in forma di dialogo, da uno dei pionieri della moderna ricerca sulla visione. Dalla sua uscita sono stati fatti molti passi avanti nella ricerca, ma i concetti di base sono tutti lì.

Sul progresso della scienza suggerisco il classico di Paul K. Feyerabend *Contro il metodo*, Feltrinelli, Milano, 2013 (traduzione di L. Sosio). Un libro molto interessante, di lettura a tratti non facile ma comprensibile a tutti, che parla anche molto di pregiudizi, e del loro ruolo nella conoscenza. Interessante anche il punto di vista tenuto sulla scienza, considerata, al contrario di quanto fatto da molti, nel suo sviluppo storico e in relazione a tutte le altre attività umane, inclusa l'arte. Un altro testo fondamentale per uscire dall'interpretazione 'ortodossa' dello sviluppo scientifico è il libro di Thomas S. Kuhn *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Einaudi, Torino, 2009 (traduzione di A. Carugo). Di scrittura un po' meno accattivante del primo e quasi totalmente incentrato sulla Fisica, sostiene posizioni a tratti radicalmente diverse da quelle di Feyerabend, condividendo però la concezione secondo cui la scienza non è un'accumulazione di conoscenze in progresso verso una spiegazione sempre più esauriente della realtà.

Sul ruolo dei valori si trovano spunti interessanti in James R. Brown, *Who rules in science?*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 2004. L'autore è un filosofo della scienza dell'Università di Toronto, e traccia una sorta di mappa delle diverse posizioni tenute nei riguardi dell'impresa scientifica. A parte l'eventuale difficoltà di lettura direttamente dall'Inglese, direi che tra tutti i testi suggeriti è quello che fornisce il panorama più vasto e accessibile sul funzionamento della scienza.

Appendice C Crediti

Fig. 5: Di Livioandronico2013 - Opera propria, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=45202596>.

Fig. 6, Sinistra: Di Saiko, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Prospettiva_del_borromini_01.JPG. Destra: Di Anamorphose, Creative Commons Attribution 2.5 Generic, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spada_01.jpg, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spada_02.jpg.

Fig. 7: DDi Fiestoforo [CC BY 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by/3.0>)] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Motion_illusion_in_star_arrangement.png.

Fig. 8: ©Jonghyun Kim, Jong-Young Hong, Keehoon Hong, Hee Kyung Yang, Sang Beom Han, Jeong-Min Hwang, and ByoungHo Lee "Glasses-free randot

stereotest,” *Journal of Biomedical Optics* 20(6), 065004 (9 June 2015). <https://doi.org/10.1117/1.JBO.20.6.065004>.

Fig. 9, Sinistra: No machine-readable author provided. Pantoine assumed (based on copyright claims). [CC BY-SA 3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lereve1904.jpg>. Destra: Di Davepape [Public domain] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Holmes_stereoscope.jpg.

Fig. 11: The William Blake Archive. This file has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighboring rights. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mhh.h.p14.300.jpg>.

Fig. A.1: Mia elaborazione da A. Tarantola, *Inverse problem theory*, SIAM, Philadelphia, 2005, <http://www.ipgp.fr/~tarantola/Files/Professional/Books/InverseProblemTheory.pdf>.

Emanuele Salerno, ingegnere elettronico, è primo ricercatore presso l'Istituto di Scienza e Tecnologie dell'Informazione "Alessandro Faedo" del Consiglio Nazionale delle Ricerche. I suoi interessi scientifici hanno sempre avuto a che fare con la soluzione di problemi inversi, applicati a svariati ambiti nelle misure non distruttive e nell'elaborazione di segnali e immagini, come il controllo della combustione nelle centrali termoelettriche e l'analisi di dati per la cosmologia. È stato professore a contratto di Fisica, Strumentazione e Misure Elettroniche e Microonde presso l'Università di Pisa e relatore di molte tesi di laurea o dottorato in Ingegneria, Fisica, Astronomia, e Informatica. Tra il 2000 e il 2002 ha frequentato il Master in Comunicazione della Scienza della SISSA a Trieste, conducendo una ricerca sull'influenza dell'informatica sulle discipline umanistiche. Ha tenuto lezioni e curato stage per le scuole superiori ed è autore di articoli divulgativi di argomento scientifico e tecnologico.